

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{2-\sqrt{2}} \times 2^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\log_3 \frac{3}{2} + \log_3 6$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴의 넓이는? [2점]

- ① $\frac{23}{6}\pi$ ② $\frac{13}{3}\pi$ ③ $\frac{29}{6}\pi$ ④ $\frac{16}{3}\pi$ ⑤ $\frac{35}{6}\pi$

4. $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ 일 때, 방정식 $2\sin x + \sqrt{3} = 0$ 을 만족시키는 x 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② $\frac{5}{6}\pi$ ③ π ④ $\frac{7}{6}\pi$ ⑤ $\frac{4}{3}\pi$

5. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	3	4	5	...
∴	∴	∴	∴	∴	∴
2.23483	.3502	.3522	...
2.33674	.3692	.3711	...
2.43856	.3874	.3892	...

위의 표를 이용하여 $\log 24.5$ 의 값을 구한 것은? [3점]

- ① 1.3711 ② 1.3874 ③ 1.3892
 ④ 2.3874 ⑤ 2.3892

7. 부등식 $2^{13-2x} \geq 8$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $4 \leq x \leq 11$ 에서 함수 $f(x) = \log_2(x-3) + 5$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

8. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 부등식 $2\cos x - \sqrt{2} \leq 0$ 을 만족시키는 모든 x 의 값의 범위는 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다. $\beta - \alpha$ 의 값은? [3점]

- ① π
- ② $\frac{7}{6}\pi$
- ③ $\frac{4}{3}\pi$
- ④ $\frac{3}{2}\pi$
- ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

10. 함수 $y = \log_5 x + 2$ 의 역함수의 그래프가 점 $(4, 5^k)$ 을 지날 때, k 의 값은? [3점]

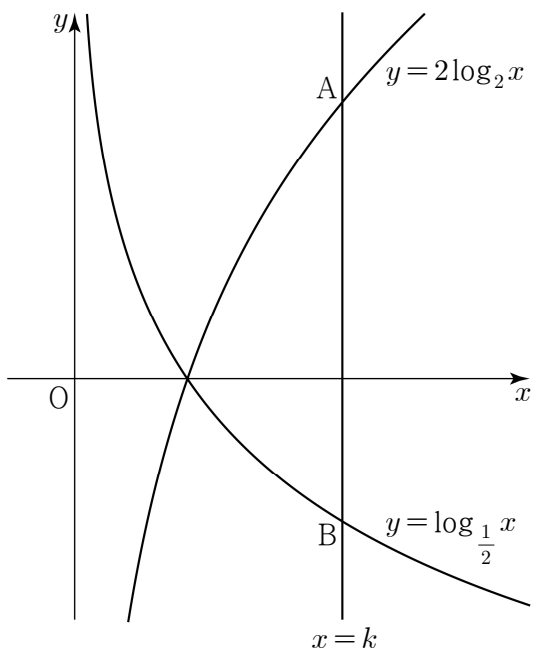
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

9. 곡선 $y = 2^x$ 위의 점 (a, b) 와 곡선 $y = 2^x - 3$ 의 점근선 사이의 거리가 7일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

11. 직선 $x=k(k>1)$ 이 두 곡선 $y=2\log_2 x$, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 와
만나는 점을 각각 A, B라 하자. $3 \leq \overline{AB} \leq 6$ 이 되도록 하는
모든 자연수 k 의 값의 합은? [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13



12. $\sin(\pi+\theta)=-\frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$ 의 값은? [3점]

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

13. 다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는?

[3점]

(가) $\overline{BC}=3$ (나) $\cos(B+C)=\cos A+\frac{1}{2}$

- ① $\frac{12}{5}\pi$ ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ $\frac{13}{5}\pi$ ④ $\frac{27}{10}\pi$ ⑤ $\frac{14}{5}\pi$

14. 두 정수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{4^a \times 6}{3^b}\right)^{\frac{1}{3}}$ 의 값이 10 이상 20 이하의 자연수일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

15. 양수 k 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (\log_2 k + 10)x + 5 = 0$$

이 서로 다른 두 실근 $\log_2 \alpha$, $\log_2 \beta$ 를 가질 때,
 $\log_\alpha 2 + \log_\beta 2 = 3$ 이 되도록 하는 k 의 값은? [4점]

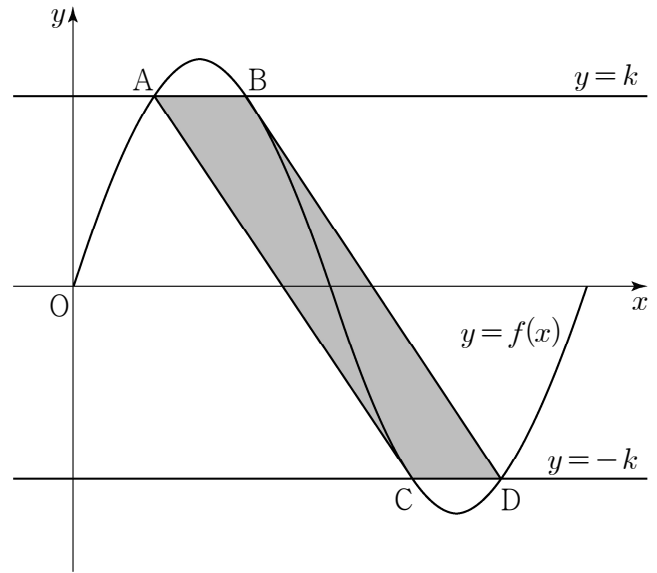
- ① 16 ② $16\sqrt{2}$ ③ 32 ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ 64

16. 그림과 같이 $0 \leq x \leq 8$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin \frac{\pi x}{4}$ 가

있다. 곡선 $y = f(x)$ 가 직선 $y = k$ 와 만나는 두 점을 y 축에서 가까운 순서대로 A, B라 하고, 곡선 $y = f(x)$ 가 직선 $y = -k$ 와 만나는 두 점을 y 축에서 가까운 순서대로 C, D라 하자.

직선 AC의 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 일 때, 사각형 ACDB의 넓이는?

(단, $0 < k < 2\sqrt{3}$) [4점]



- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

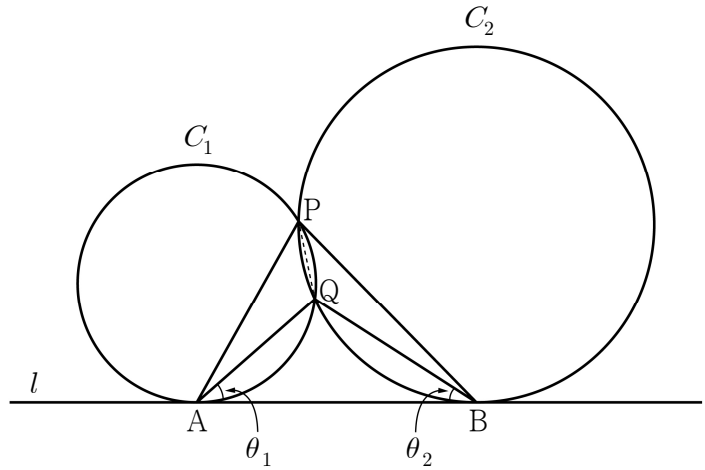
17. 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=4$ 위의 두 점 A, B에 대하여 두 동경 OA, OB가 나타내는 각의 크기를 각각 α, β 라 하면

$$0 < \alpha < \beta < \pi, \quad \overline{AB} = 2\sqrt{2}, \quad \cos\alpha \times \sin\beta = \frac{1}{5}$$

이다. 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABDC의 넓이는? (단, O는 원점이고, x 축의 양의 방향을 시초선으로 한다.) [4점]

- ① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{33}{10}$ ③ $\frac{17}{5}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

18. 그림과 같이 두 원 C_1, C_2 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만나고, 직선 l 이 이 두 원과 동시에 접한다. 직선 l 과 두 원 C_1, C_2 의 접점을 각각 A, B라 할 때, $\angle QAB = \theta_1, \angle QBA = \theta_2$ 라 하자.



다음은 $\overline{AB} = 2, \sin\theta_1 : \sin\theta_2 = \sqrt{3} : \sqrt{2}$ 이고, 삼각형 PAB의 외접원의 반지름의 길이가 $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ 일 때, 선분 QA의 길이를 구하는 과정이다. (단, $\angle APB < \angle AQB$)

원의 성질에 의하여
 $\angle APQ = \angle QAB, \angle BPQ = \angle QBA$ 이므로 $\angle APB = \theta_1 + \theta_2$ 이다.
 $\angle AQB = \pi - (\theta_1 + \theta_2)$ 이고 $\angle APB < \angle AQB$ 이므로
 $\theta_1 + \theta_2 < \frac{\pi}{2}$ 이다.

$\overline{AB} = 2$ 이고 삼각형 PAB의 외접원의 반지름의 길이가 $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ 이므로 삼각형 PAB에서 사인법칙에 의하여

$$\sin(\theta_1 + \theta_2) = \boxed{\text{가}}$$

이다.

$\sin\theta_1 : \sin\theta_2 = \sqrt{3} : \sqrt{2}$ 이므로 삼각형 QAB에서 사인법칙에 의하여

$$\overline{QB} = \boxed{\text{나}} \times \overline{QA}$$

이다.

$\angle AQB = \pi - (\theta_1 + \theta_2), \overline{AB} = 2$ 이므로 삼각형 QAB에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{QA} = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $p \times q \times r^2$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{20\sqrt{2}}{19}$ ② $\frac{21\sqrt{2}}{19}$ ③ $\frac{22\sqrt{2}}{19}$ ④ $\frac{23\sqrt{2}}{19}$ ⑤ $\frac{24\sqrt{2}}{19}$

19. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $n - \sqrt{401}$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때,

$$\log_2 \frac{15}{n \times (f(n) + 3)}$$

의 값이 정수가 되도록 하는 50 이하의 모든 n 의 값의 합은?

[4점]

- ① 108 ② 111 ③ 114 ④ 117 ⑤ 120

20. 그림과 같이 집합 $\{x \mid 0 \leq x \leq 4\pi, x \neq 2\pi\}$ 에서 정의된 함수

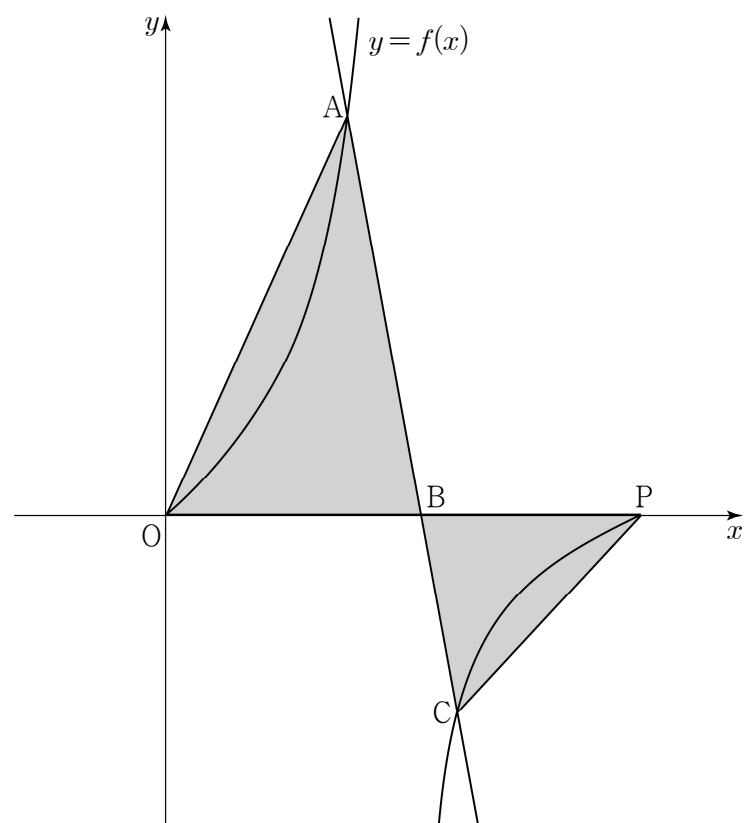
$$f(x) = 3 \tan \frac{x}{4} + \left| \tan \frac{x}{4} \right|$$

의 그래프와 한 점 $P(4\pi, 0)$ 이 있다. 두 점 $A(a, f(a))$, $B(b, 0)$ 을 지나고 기울기가 음수인 직선이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하자.

세 점 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은?
(단, O 는 원점이고, $0 < a < 2\pi$, $0 < b < 4\pi$ 이다.) [4점]

(가) 두 점 A, C 의 x 좌표의 합은 4π 이다.

(나) 삼각형 AOB 와 삼각형 BCP 의 넓이의 비는 $7:3$ 이다.



- ① $\frac{47}{13}\pi$ ② $\frac{48}{13}\pi$ ③ $\frac{49}{13}\pi$ ④ $\frac{50}{13}\pi$ ⑤ $\frac{51}{13}\pi$

21. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} & (x \leq 1) \\ 4 - 2\log_2 x & (x > 1) \end{cases}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 양수 k 의 값의 집합이

$$\{k \mid 0 < k \leq \alpha \text{ 또는 } \beta < k < \gamma\}$$

일 때, $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값은? (단, α, β, γ 는 상수이다.) [4점]

함수 $y = |f(x) - k|$ 의 그래프가
 두 직선 $y = p, y = 2p$ 와 만나는 점의 개수가 각각 3, 2가
 되도록 하는 양수 p 가 존재한다.

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

단답형

22. $\sqrt[3]{49} \times \sqrt[3]{7^4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $5^{x+4} = 25^{2x-4}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\frac{10 \times \sin \frac{2}{3}\pi}{\tan \frac{7}{6}\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 양수 a 에 대하여 $\log_3 2 \times \log_4 a = 2$ 일 때, a 의 값을 구하시오.
[3점]

26. 실수 $a(a \neq 0)$ 과 양수 b 에 대하여 함수

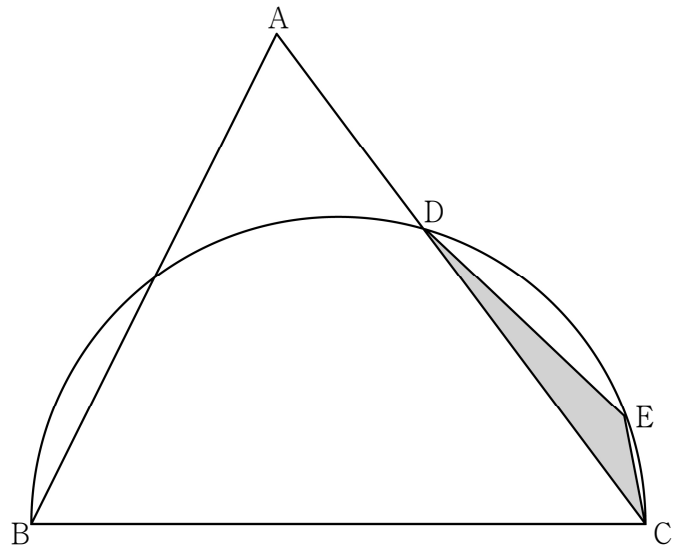
$$f(x) = a \cos bx + 10 - a$$

의 최댓값이 18이고 주기가 3π 일 때, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.

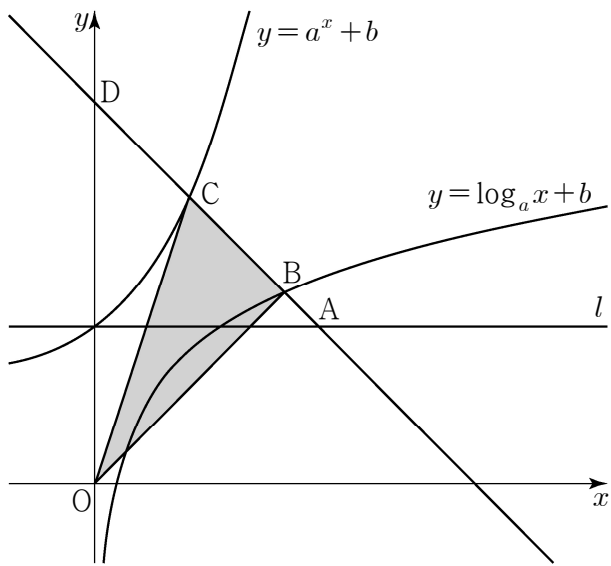
[4점]

27. 양수 a 에 대하여 곡선 $y = \log_2(x-a)$ 위의 점 A 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 B , 점 B 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_2(x-a)$ 와 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 가 되도록 하는 점 A 의 x 좌표를 $f(a)$ 라 할 때, $\frac{f(a)}{a} \leq \frac{64}{63}$ 를 만족시키는 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$, $\overline{AC} = \overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 에 대하여 선분 BC 를 지름으로 하는 반원이 선분 AC 와 만나는 점 중 C 가 아닌 점을 D 라 하자. 호 CD 위에 점 E 를 삼각형 DCE 의 넓이가 $\frac{3}{5}$ 이 되도록 잡는다. 선분 CE 의 길이를 k 라 할 때, $60k^2$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{CE} < \overline{DE}$) [4점]



29. 그림과 같이 $a > 2, b > 0$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a^x + b$ 와 y 축이 만나는 점을 지나고 x 축에 평행한 직선을 l 이라 하자. 직선 l 위의 점 A 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 두 곡선 $y = \log_a x + b, y = a^x + b$ 와 만나는 점을 각각 B, C 라 하고, y 축과 만나는 점을 D 라 하자.
 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 3 : 3$ 이고 삼각형 OBC 의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 일 때, $20(a^3 + b)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, 점 A 의 x 좌표는 a 보다 크다.) [4점]



30. 양수 a 와 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} \sin \frac{3\pi x}{a} & (0 \leq x < a) \\ f(x) - f(a) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq g(4)$ 이다.
 (나) 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식 $g(x) = g(n)$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(n)$ 이라 할 때,
 $\{h(1), h(2), h(3), h(4), h(5)\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.